



ŠKODA AUTO Vysoká škola

Modelování produkčních a logistických systémů

Příklady ke cvičením

Jan Fábry

1/30/2022





Příklady ke cvičením MPLS

Opakování lineárního a celočíselného programování

- **Příklad 1 – Řezná úloha**
 - Firma vyrábí ploty z dřevěných latí. K výrobě plotu v konkrétní zakázce firma potřebuje 1200 latí o délce 80 cm, 3100 latí dlouhých 50 cm a 2100 latí o délce 30 cm. Ve skladu jsou k dispozici pouze standardní latě dlouhé 20 cm. Máte splnit zakázku a přitom použít minimální počet standardních latí. Formulujte matematický model úlohy, výpočet proveďte v řešiteli MS Excel a MPL for Windows.
- **Příklad 2 – Modelování výroby různého pořadí produktů**
 - Tři různé produkty mohou být na stroji vyráběny buď v pořadí $P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow P_3$ nebo $P_3 \rightarrow P_2 \rightarrow P_1$. Předpokládejme, že výroba produktu P_i trvá t_i . Formulujte omezující podmínky modelující přípustnou produkci.
- **Příklad 3 – Speciální omezení pro úroveň produkce**
 - Firma zvažuje výrobu nového produktu. V případě výroby, úroveň musí být alespoň 500 ks a nesmí překročit 1000 ks. Naformulujte odpovídající omezující podmínky.
- **Příklad 4 – Plánování diskretní úrovně produkce**
 - Firma zvažuje, zda vyrobit 500, 1000 nebo 2000 ks daného produktu. Naformulujte odpovídající omezující podmínky.



Příklady ke cvičením MPLS

Opakování lineárního a celočíselného programování

- **Příklad 5 – Výroba určitého počtu druhů produktů**
 - Firma může teoreticky vyrábět n druhů produktů. Rozhodla se z nich ale vyrábět jen k druhů. Pro každý produkt i je dána maximální úroveň výroby q_i . Naformulujte odpovídající omezující podmínky.
- **Příklad 6 – Úzkoprofilový přiřazovací problém**
 - Návrh produktu je tvořen 5 nezávislými částmi. Ve firmě je 5 oddělení, která jsou schopná zvládnout jednotlivé části. Na základě historických údajů jsou vypočítány průměrné doby (ve dnech), během nichž jsou oddělení schopna dokončit podobné úlohy (viz tabulka). Označení N.A. znamená, že oddělení nikdy v minulosti podobnou úlohu neřešilo. Společnost chce dokončit celý návrh co nejdříve. Formulujte matematický model úlohy, výpočet proveďte v řešiteli MS Excel a MPL for Windows.

Čas	Cast1	Cast2	Cast3	Cast4	Cast5
Odd1	25	15	N.A.	17	25
Odd2	22	N.A.	22	20	22
Odd3	20	18	25	16	23
Odd4	N.A.	20	30	21	28
Odd5	27	19	27	18	N.A.

Příklady ke cvičením MPLS



Navrhování produktu

- **Příklad 7 – Souběžné navrhování**
 - Následující tabulka dokumentuje existenci informačních toků mezi návrháři zajišťujícími různé činnosti (A, B, C, D, E) při navrhování produktu.
 - Sestrojte kooperační graf odpovídající jednotlivým informačním tokům.
 - Identifikujte skupiny vzájemně propojených činností (vypočtete matici silné relace a sestrojte odpovídající graf s komponentami silné souvislosti).

	A	B	C	D	E
A	0	1	1	0	0
B	1	0	1	1	0
C	0	0	0	1	0
D	0	0	0	0	1
E	0	0	1	0	0

Příklady ke cvičením MPLS



Rozmístění zařízení

- **Příklad 8 – Analýza bodu zvratu**
 - Firma se rozhoduje o umístění zařízení. Má k dispozici tři různá místa – A, B a C. Následující tabulka zobrazuje fixní náklady FC a variabilní náklady VC spojené s objemem produkce q na zařízení v konkrétním místě.
 - Rozhodněte, kam bude umístěno zařízení při velikosti produkce 600 ks.
 - Při neznalosti velikosti produkce stanovte interval, v jakém se musí pohybovat objem produkce, aby dané umístění bylo optimální z hlediska celkových nákladů.

Místo	FC	VC
A	200	$15q$
B	300	$10q$
C	170	$20q$

Příklady ke cvičením MPLS



Rozmístění zařízení

- **Příklad 9 – Vícekriteriální hodnocení variant**
 - Podnik chce rozšířit svoji působnost do další země. Zvažuje vybudování nového zařízení v jedné ze třech zemí (A, B, C). Jednotlivá místa hodnotí dle dostupnosti materiálu, dopravy, klimatu a výši daní s důležitostmi vyjádřenou ve formě vah 0,3, 0,4, 0,1 a 0,2. V tabulce je uvedeno vstupní hodnocení na škále 0 až 100 uvažovaných variant podle jednotlivých faktorů. Rozhodněte, ve které zemi bude nové zařízení umístěno. Použijte metodu váženého součtu.

Místo	Materiál	Doprava	Klima	Daně
A	90	35	40	60
B	40	80	50	70
C	50	10	85	50

Příklady ke cvičením MPLS



Rozmístění zařízení

- **Příklad 10 – Metoda těžiště**
 - Firma se rozhoduje, kam umístit zařízení, jehož produkce bude rozvážena k pěti odběratelům. Souřadnice odběratelů a objem odebíraného zboží zachycuje následující tabulka. Najděte optimální umístění (souřadnice) nového zařízení pomocí metody prostého i váženého těžiště.

Lokalita	x_i	y_i	q_i
A	2	2	50
B	5	6	100
C	3	4	30
D	8	3	60
E	5	1	70



Příklady ke cvičením MPLS

Rozmístění zařízení

- **Příklad 11 – Optimální rozmístění zařízení (modifikovaný dopravní problém)**
 - Firma má k dispozici v současné době dva sklady (S1 a S2). Kapacita těchto skladů již není dostatečná na pokrytí dodávek od dvou dodavatelů (D1 a D2). Firma tedy musí postavit další sklad. Rozhoduje se mezi místy A a B, kdy sledovaným kritériem jsou celkové náklady spojené s přepravou dodávek od obou dodavatelů. Jednotkové náklady na přepravu (v tis. Kč na 1 tunu), měsíční kapacity skladů a velikosti dodávek (obojí v tunách) udává níže uvedená tabulka.
 - Najděte optimální rozvoz pro obě varianty zvlášť a rozhodněte, který sklad bude vybrán.
 - Formulujte jeden matematický model, který bude uvažovat obě varianty zároveň a najde optimální rozvoz (lze vybrat jen jeden ze skladů A a B).
 - Jak by se změnilo optimální řešení v případě, že si firma sklady A a B bude pronajímat za měsíční splátky 150 tis. a 100 tis. Kč?

	S1	S2	A	B	a_i
D1	5	6	3	4	100
D2	4	3	7	6	100
b_j	90	70	(40)	(40)	

Příklady ke cvičením MPLS



Rozmístění zařízení

- **Příklad 12 – Optimální rozmístění zařízení (kvadratický přiřazovací problém)**
 - Firma má v úmyslu vybudovat 5 skladů v 5 městech. V první tabulce jsou dány vzdálenosti (v km) mezi městy, ve druhé tabulce počty jízd, které se musí mezi sklady uskutečnit během jednoho měsíce. Cílem je rozhodnout, který sklad ve kterém městě bude zřízen, aby byly minimalizovány celkové přepravní náklady.

Vzdálenost	Mesto1	Mesto2	Mesto3	Mesto4	Mesto5	Jízdy	Sklad1	Sklad2	Sklad3	Sklad4	Sklad5
Mesto1	0	50	60	130	100	Sklad1	0	10	15	12	8
Mesto2	50	0	70	150	120	Sklad2	9	0	18	16	10
Mesto3	60	70	0	80	40	Sklad3	20	8	0	10	12
Mesto4	130	150	80	0	50	Sklad4	10	15	11	0	22
Mesto5	100	120	40	50	0	Sklad5	17	12	9	11	0



Příklady ke cvičením MPLS

Rozvržení podle produktu

▪ Příklad 13 – Přípustný rozvrh

- Na produkční linku se 3 pracovišti, na níž se vyrábí daný produkt, je zapotřebí rozvrhnout 10 operací s operačními časy (v min) uvedenými v tabulce. Mezi operacemi neexistuje žádná precedenční relace. Velikost taktu byla stanovena na 10 min.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i	5	3	1	2	3	2	4	3	1	4

- Jaká je pracnost produktu?
- Rozhodněte, zdá následující rozvrh je přípustný:
 $A_1 = \{1, 2, 4\},$
 $A_2 = \{3, 5, 6, 8\},$
 $A_3 = \{7, 9, 10\}.$
- Určete počet nevyužitých minut na celé produkční lince.
- Jaká je efektivnost produkční linky?



Příklady ke cvičením MPLS

Rozvržení podle produktu

- **Příklad 14 – Minimalizace počtu pracovišť**
 - Firma chce rozvrhnout na linku výrobek, jehož produkci tvoří 10 operací s produkčními časy (v min) uvedenými v tabulce. Mezi operacemi neexistuje žádná technologická návaznost, tedy není definována žádná precedenční relace. Velikost taktu je stanovena na 10 min.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i	6	3	4	5	2	2	4	3	7	2

- Jaká je pracnost produktu?
- Určete minimální a maximální počet pracovišť na produkční lince a najděte libovolný přípustný rozvrh.
- Pro nalezený rozvrh určete počet nevyužitých minut na celé produkční lince a vypočtěte efektivnost produkční linky?



Příklady ke cvičením MPLS

Rozvržení podle produktu

- **Příklad 15 – Minimalizace velikosti pracovního taktu**
 - Firma chce rozvrhnout výrobek s 10 operacemi na 5 pracovišť. Jejich operační časy (v min) jsou uvedeny v tabulce. Mezi operacemi neexistuje žádná precedenční relace.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i	6	4	3	7	3	8	4	4	2	3

- Jaká je teoreticky dosažitelná minimální velikost taktu?
- Najděte minimální velikost pracovního taktu.
- Jaká bude efektivnost produkční linky?

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvržení podle produktu

- **Příklad 16 – Stanovení velikosti pracovního taktu pro požadovanou denní produkci**
 - Firma plánuje dosažení celkové denní produkce $Q = 50$ ks při délce pracovní doby $T = 8$ hod. Výrobek vyžaduje 10 operací s operačními časy (v min) uvedenými v tabulce.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t_i	5	6	7	3	4	7	5	3	2	4

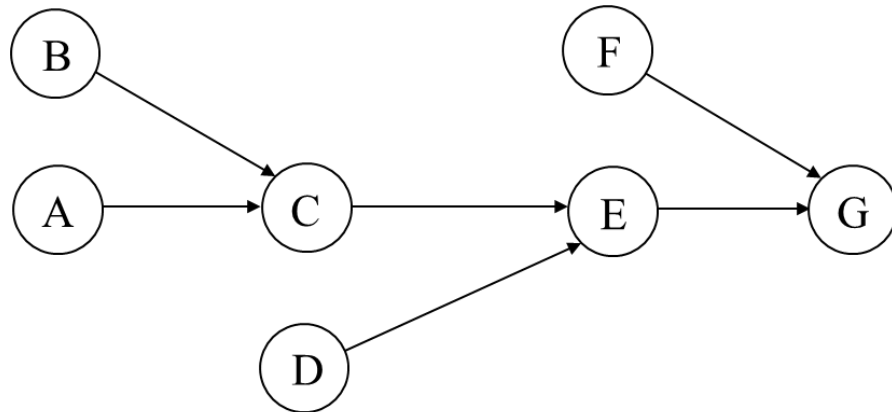
- Jaká je nejvyšší možná velikost taktu, při které je možné ještě dosáhnout požadované denní produkce?
- Je možné nalézt přípustný rozvrh pro tuto hodnotu taktu se stávajícími šesti pracovišti? Jaká bude efektivnost celé produkční linky?
- Jaká může být minimální velikost taktu, aniž by bylo nutné zvyšovat počet pracovišť? Jaká je efektivnost linky v tomto případě?

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvržení podle produktu

- **Příklad 17 – Použití heuristických metod pro rozvržení operací**
 - Firma má v plánu vyrobit za den 50 ks výrobku, jehož produkce je tvořena 7 operacemi. Jejich návaznost je znázorněna pomocí orientovaného grafu. V tabulce je pro každou operaci zadána doba jejího trvání. Délka denní pracovní doby je 8 hod. Rozvrhněte jednotlivé operace na pracoviště s použitím všech 4 heuristických metod.



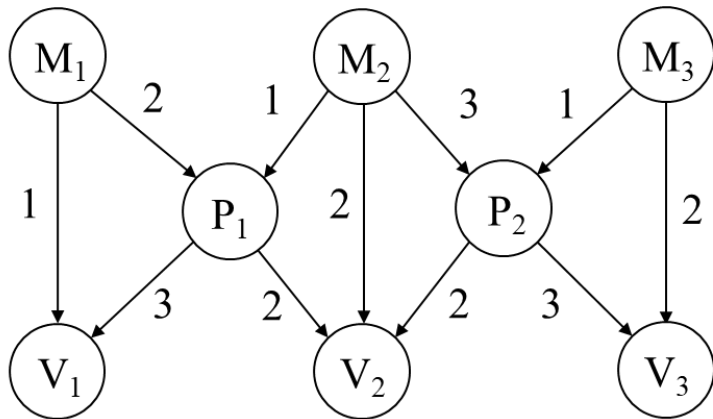
Operace	A	B	C	D	E	F	G
t_i	4	2	3	6	2	4	5

Příklady ke cvičením MPLS



Plánování produkce

- **Příklad 18 – Vícestupňové plánování produkce**
 - Firma vyrábí tři finální produkty V_1 , V_2 a V_3 v počtu 40, 20 a 30 ks. Je využíváno tří typů materiálů M_1 , M_2 a M_3 a dvou polotovarů P_1 a P_2 . Struktura produktu je vyjádřena Gozinto grafem. Vypočtete vektor celkové produkce:
 - S použitím Leontiefova modelu.
 - Pomocí optimalizačního modelu.



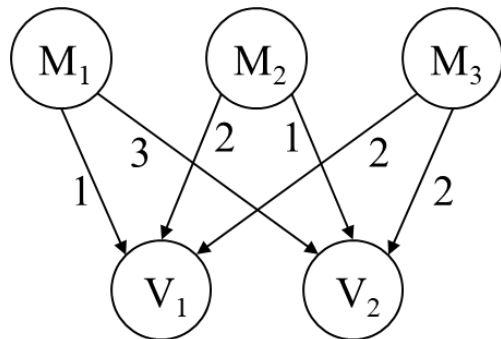
Příklady ke cvičením MPLS



Plánování produkce

■ Příklad 19 – Vícestupňové plánování produkce (MRP)

- Na 1 ks výrobku V_1 je zapotřebí 1 jednotka materiálu M_1 , 2 jednotky materiálu M_2 a 2 jednotky materiálu M_3 . K výrobě 1 ks výrobku V_2 jsou potřeba 3 jednotky materiálu M_1 , 1 jednotka materiálu M_2 a 2 jednotky materiálu M_3 (viz obrázek). V tabulce je uvedena počáteční zásoba jednotlivých druhů materiálu a obou výrobků, a dále jejich dodací lhůty v týdnech. Výrobky lze vyrábět, jakmile je pro ně dostupný veškerý materiál. Firma má v 7. týdnu dodat 250 ks výrobku V_1 , v 8. týdnu 180 ks výrobku V_2 a v 11. týdnu současně 200 ks výrobku V_1 a 160 ks výrobku V_2 . Cílem je naplánovat materiálové požadavky na celé období tak, aby byla splněna poptávka po obou výrobcích.



Položka	Zásoba	Dodací lhůta
M_1	20	1
M_2	60	2
M_3	60	2
V_1	100	1
V_2	120	2



Příklady ke cvičením MPLS

Rozvrhování produkce

- **Příklad 20 – Rozvrhování produkce $1||F_{\max}$ a $1||F_{\max}(w)$**
 - Uvažujme 7 dávek, u nichž známe dobu jejich realizace (v hodinách), požadovaný termín dokončení (v hodinách) a jejich relativní důležitost v podobě váhy (viz tabulka). Nejdříve možné termíny zahájení všech dávek jsou nulové.
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||F_{\max}$. Určete, jaké je celkové zpoždění všech dávek.
 - Pokuste se najít optimální rozvrh, který by zároveň splňoval požadované termíny všech dávek.
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||F_{\max}(w)$.

Dávka	t_j	d_j	w_j
D_1	4	7	0,15
D_2	2	10	0,11
D_3	1	18	0,16
D_4	3	6	0,10
D_5	5	15	0,08
D_6	2	3	0,17
D_7	1	20	0,23

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvrhování produkce

- **Příklad 21 – Rozvrhování produkce $1||\bar{F}$ a $1||\bar{F}(w)$**
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||\bar{F}$.
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||\bar{F}(w)$.

Dávka	t_j	d_j	w_j
D_1	4	7	0,15
D_2	2	10	0,11
D_3	1	18	0,16
D_4	3	6	0,10
D_5	5	15	0,08
D_6	2	3	0,17
D_7	1	20	0,23



Příklady ke cvičením MPLS

Rozvrhování produkce

- **Příklad 22 – Rozvrhování produkce $1||L_{\max}$, $1||T_{\max}$, $1||L_{\max}(w)$ a $1||T_{\max}(w)$**
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||L_{\max}$ ($1||L_{\max}$). Určete, jaké je celkové zpoždění všech dávek.
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||T_{\max}(w)$ s použitím Lawlerova algoritmu.

Dávka	t_j	d_j	w_j
D_1	4	7	0,15
D_2	2	10	0,11
D_3	1	18	0,16
D_4	3	6	0,10
D_5	5	15	0,08
D_6	2	3	0,17
D_7	1	20	0,23

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvrhování produkce

- **Příklad 23 – Rozvrhování produkce $1||\bar{L}$ a $1||\bar{L}(w)$**
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||\bar{L}$.
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||\bar{L}(w)$.

Dávka	t_j	d_j	w_j
D_1	4	7	0,15
D_2	2	10	0,11
D_3	1	18	0,16
D_4	3	6	0,10
D_5	5	15	0,08
D_6	2	3	0,17
D_7	1	20	0,23

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvrhování produkce

- **Příklad 24 – Rozvrhování produkce $1||N$**
 - Najděte optimální rozvrh modelu $1||N$ s použitím Mooreova algoritmu.

Dávka	t_j	d_j	w_j
D_1	4	7	0,15
D_2	2	10	0,11
D_3	1	18	0,16
D_4	3	6	0,10
D_5	5	15	0,08
D_6	2	3	0,17
D_7	1	20	0,23

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvrhování produkce

- **Příklad 25 – Rozvrhování produkce $1|s_{jk}|C_{\max}$**
 - Firma chce rozvrhnout na 1 procesor 7 dávek tak, aby byly realizovány v minimálním čase. V tabulce jsou zadány doby realizace dávek a doby přenastavení mezi jednotlivými dávkami (všechny hodnoty jsou v minutách).
 - Najděte rozvrh pomocí metody nejbližšího souseda pro úlohu obchodního cestujícího.
 - Najděte optimální rozvrh pomocí matematického modelu pro úlohu obchodního cestujícího.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	t_j
D_1	0	120	150	110	95	80	95	120
D_2	120	0	130	80	95	105	120	110
D_3	130	85	0	90	105	110	100	105
D_4	90	140	135	0	120	110	105	90
D_5	85	70	95	80	0	90	100	85
D_6	105	135	120	125	160	0	155	115
D_7	110	120	105	95	120	115	0	95



Příklady ke cvičením MPLS

Rozvrhování produkce

- **Příklad 26 – Rozvrhování produkce $P_m | prmp | F_{\max}$ a $P_m || F_{\max}$**
 - Úkolem je rozvrhnout 12 dávek na 4 procesory tak, aby byly realizovány v minimálním čase, tj. aby nejdelší pobyt dávky v produkčním systému byl minimální. V tabulce jsou zadány doby realizace dávek (v min). Operace, které tvoří jednotlivé dávky, mají dobu trvání 1 min.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
t_j	3	5	2	4	8	6	5	5	4	3	7	3

- Najděte optimální rozvrh modelu s možností přerušení realizace dávek.
- Najděte optimální rozvrh modelu bez možností přerušení.

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvrhování produkce

- **Příklad 27 – Rozvrhování produkce $P_m || \bar{F}$**
 - Najděte optimální rozvrh modelu bez možnosti přerušení realizace dávek.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}
t_j	3	5	2	4	8	6	5	5	4	3	7	3

Příklady ke cvičením MPLS



Rozvrhování produkce

- **Příklad 28 – Rozvrhování produkce $F_m || C_{\max}$**
 - Je dáno 10 dávek, které je nutné rozvrhnout na 2 sériově řazené procesory. V tabulce jsou zadány doby realizace dávek (v min) na obou procesorech. Cílem je minimalizovat čas dokončení všech dávek.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}
t_{1j}	1	6	3	3	5	7	6	2	3	5
t_{2j}	3	5	1	5	6	4	5	4	5	4

Příklady ke cvičením MPLS



ŠKODA AUTO Vysoká škola

Počítačová simulace

- **Příklad 29 – Generování hodnot náhodných veličin**
 - Vygenerujte 1000 hodnot náhodné veličiny X s rovnoměrným pravděpodobnostním rozdělením na intervalu (100, 200) a sestavte graf četností hodnot v předem definovaných intervalech.

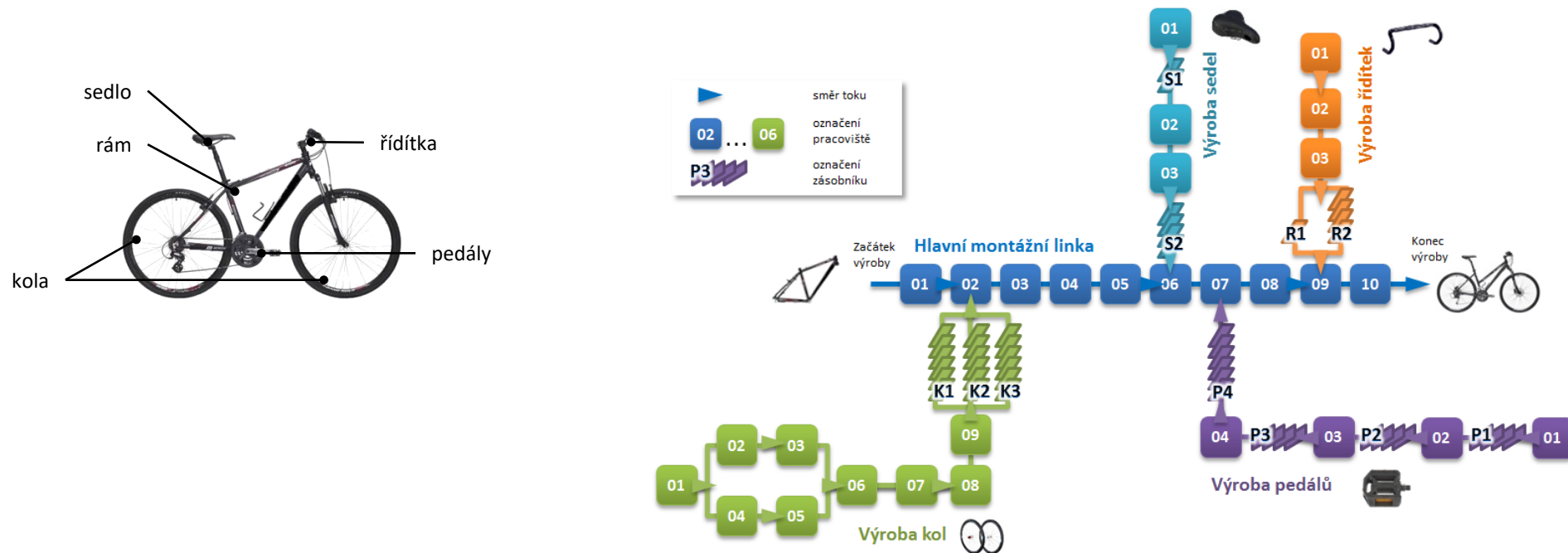
Příklady ke cvičením MPLS



Počítačová simulace

■ Příklad 30 – Výroba kol

- Produkční systém tvoří jedna hlavní montážní linka a na ni navazující čtyři výrobní úseky (výroba kol, sedel, pedálů a řídítek). Výrobní úseky navazují na hlavní montážní linku pomocí zásobníků. Ve vlastních zásobnících je dodržován princip FIFO. Směnový režim je shodný na všech linkách.



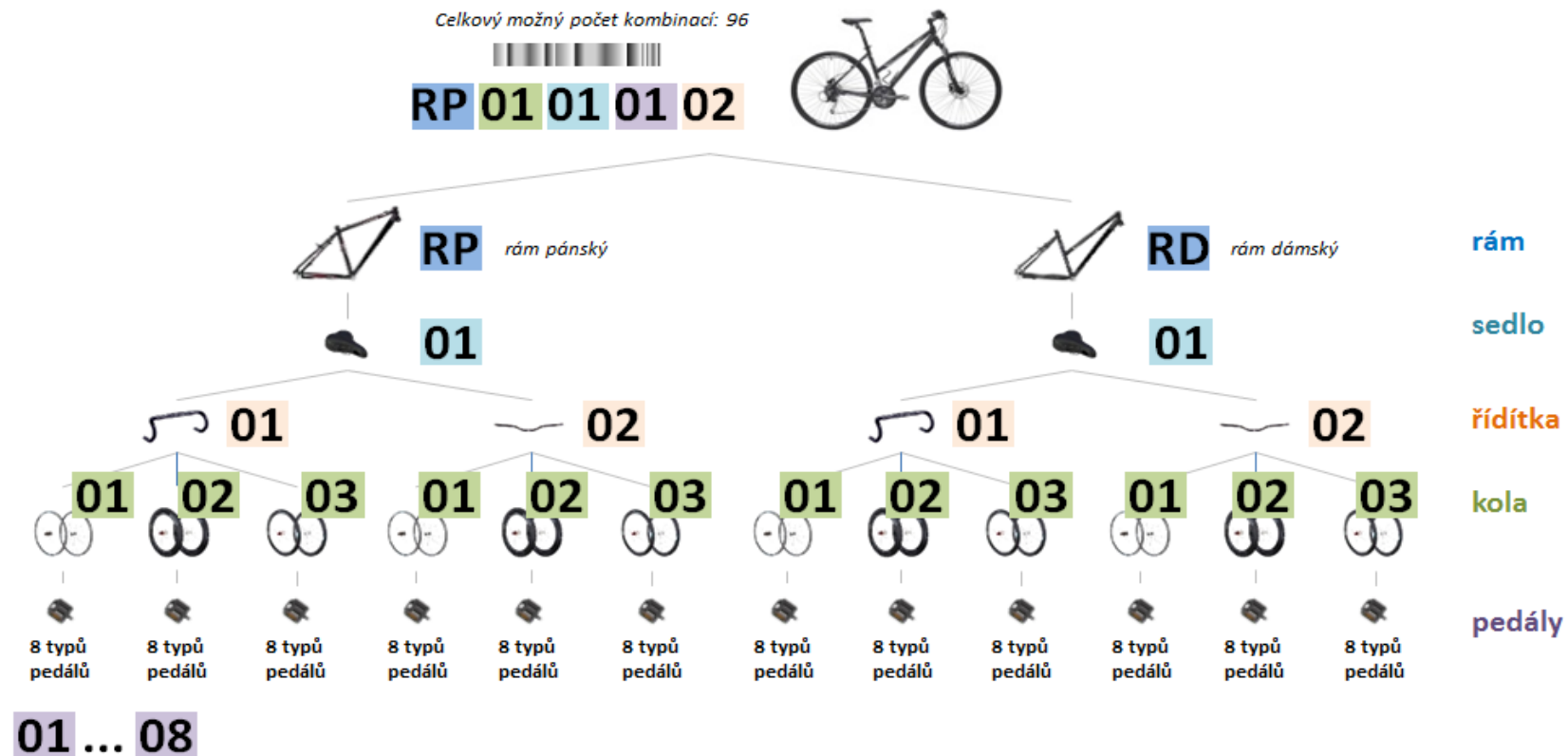
Příklady ke cvičením MPLS



ŠKODA AUTO Vysoká škola

Počítačová simulace

- Příklad 30 – Výroba kol – pokračování



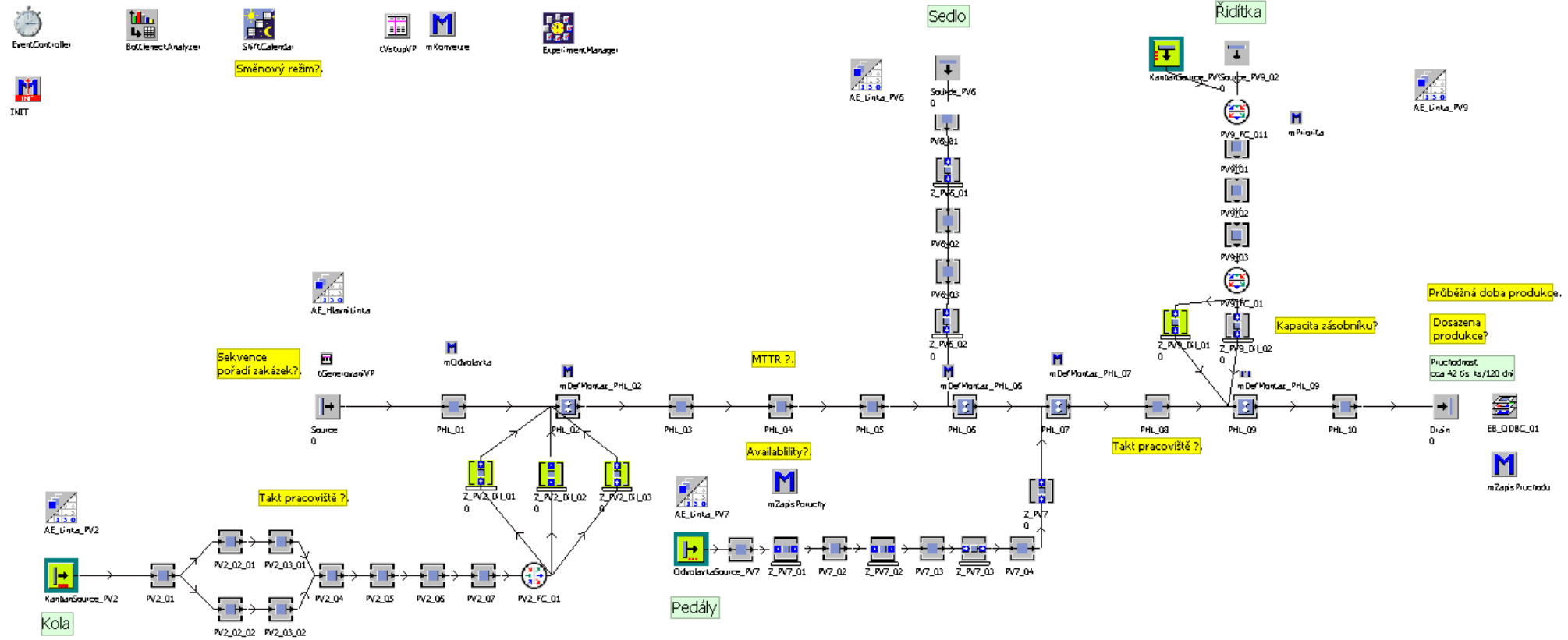
Příklady ke cvičením MPLS



ŠKODA AUTO Vysoká škola

Počítačová simulace

■ Příklad 30 – Výroba kol – pokračování

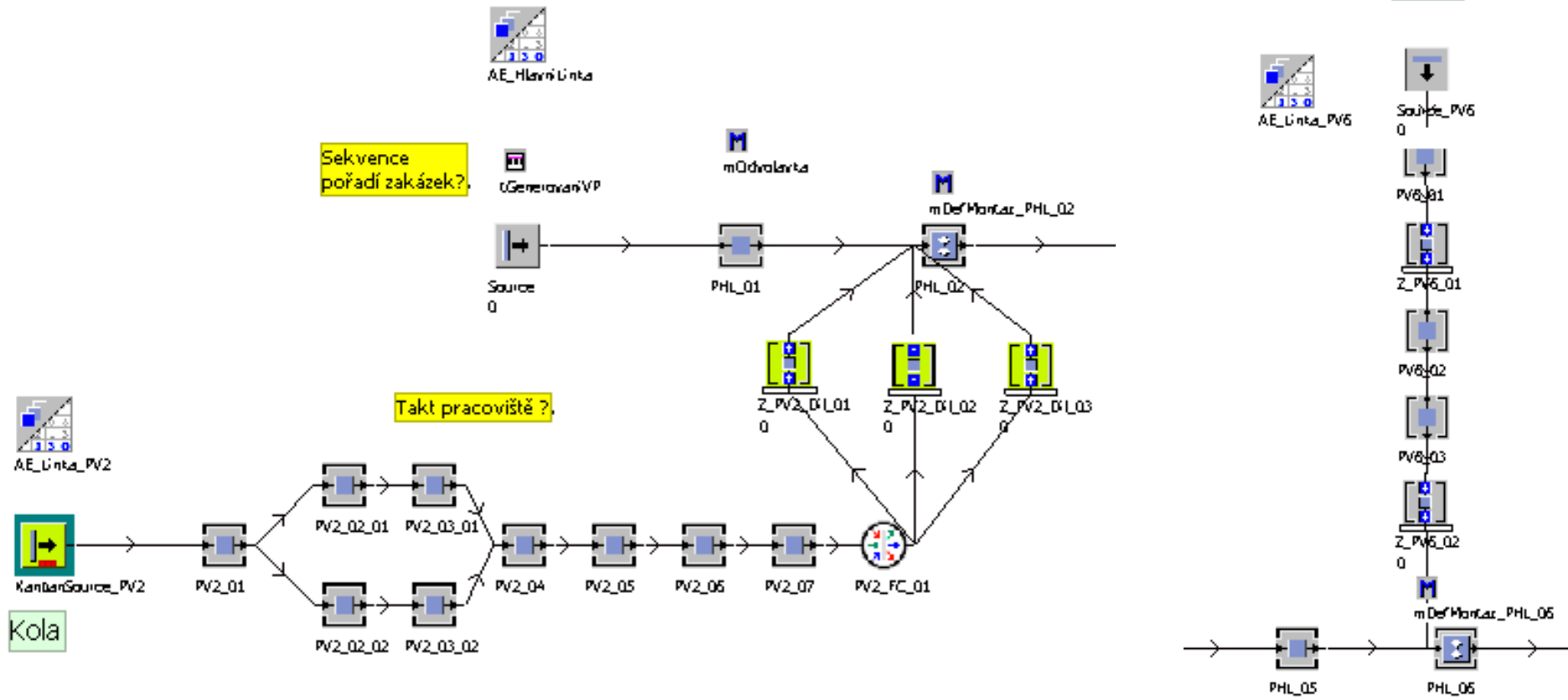


Příklady ke cvičením MPLS



Počítačová simulace

- Příklad 30 – Výroba kol – pokračování

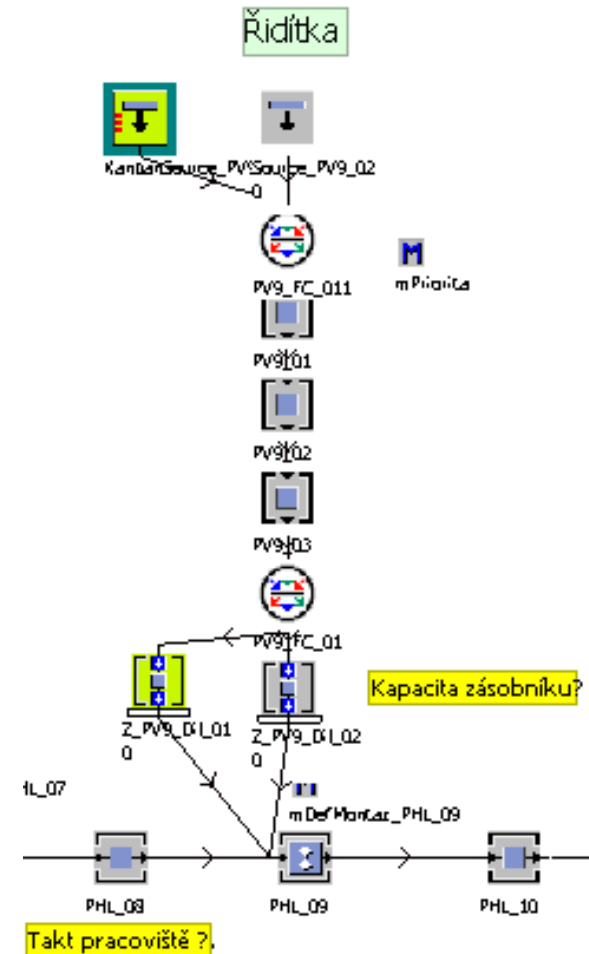
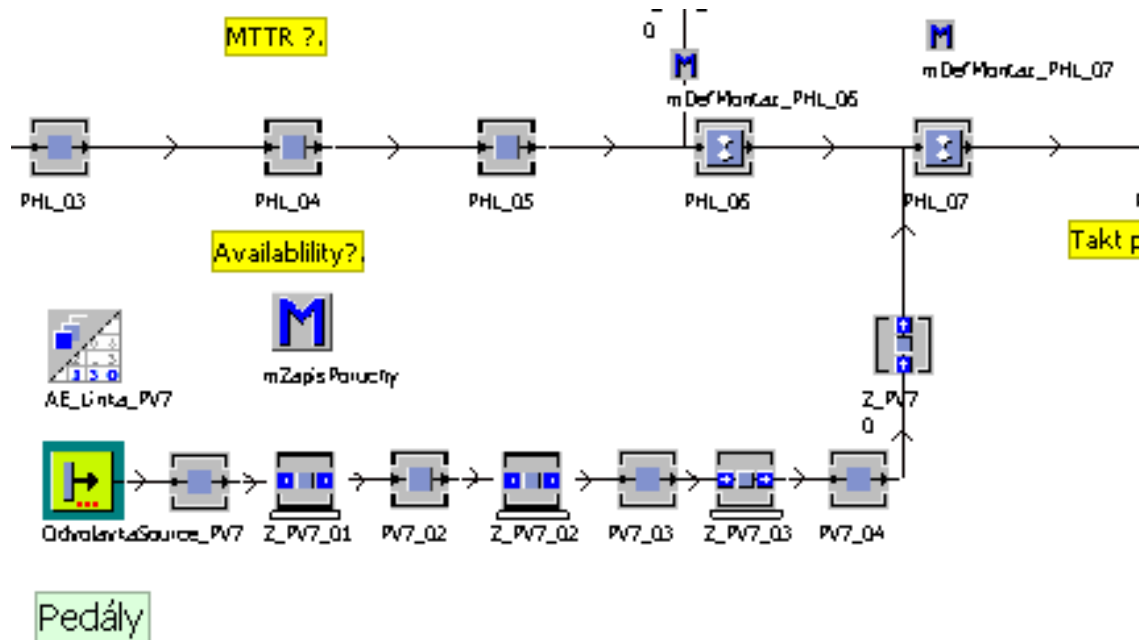


Příklady ke cvičením MPLS



Počítačová simulace

- Příklad 30 – Výroba kol – pokračování



Příklady ke cvičením MPLS



ŠKODA AUTO Vysoká škola

Počítačová simulace

- Příklad 30 – Výroba kol – pokračování



Event Controller



Bottleneck Analyzer



Shift Calendar

Směnový režim?



VisOutVP



M Konverze



Experiment Manager



IMIT

Příklady ke cvičením MPLS



Počítačová simulace

- **Příklad 30 – Výroba kol – pokračování**
 - Analýza dat
 - Průměrná denní produkce, kterou má výroba dosahovat (list „10_Vystup“).
 - Výrobní program zadávání zakázek do výroby (list „01_Vstup“).
 - Průběžná doba výroby hlavní linky (list „01_Vstup“ a „10_Vystup“).
 - Směnový a přestávkový režim, ve kterém jsou výroby realizovány (list „10_Vystup“).
 - Kapacita zásobníku R2 (list „R2“).
 - Doba trvání operace pracoviště 03 výroby pedálů (list „Takt_03“).
 - Doba trvání operace pracoviště 08 hlavní montážní linky (list „Takt_08“).
 - Hodnota doby trvání poruchy (MTTR) pracoviště 04 hlavní linky (list „MTTR“).
 - Využitelnost pracoviště 04 hlavní linky (list „MTTR“ a „10_Vystup“).



ŠKODA AUTO Vysoká škola

Děkuji za pozornost

Jan Fábry

Katedra řízení výroby, logistiky a kvality

✉ fabry@savs.cz

🌐 www.janfabry.cz

www.savs.cz